

PCPI – 1 TS CIRA Vizille BTS CIRA Contrôle Industriel et Régulation Automatique	Chapitre 3 Régime sinusoïdal CORRECTION	Electricité
ACTIVITE 9 : OUTIL FRESNEL		



A QUOI CA SERT ?

OBJECTIF : Comprendre à quoi sert l'outil VECTEUR DE FRESNEL

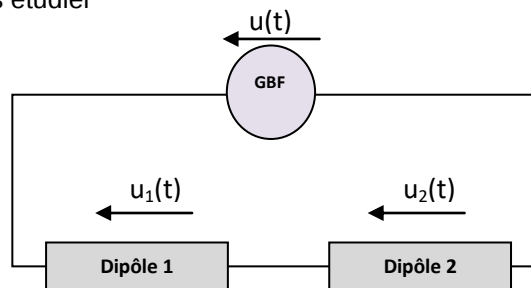
La loi des mailles et la loi des nœuds, étudiées en régime continu, restent valables en régime variable donc en régime sinusoïdal, à condition de les appliquer aux valeurs instantanées.

Nous allons donc être amenés à **effectuer la somme de grandeurs sinusoïdales**.

Nous allons voir que dans certains cas cela devient très compliqué mathématiquement, il faut trouver une solution plus simple

MISE EN SITUATION

Voici le circuit que nous allons étudier



Loi des mailles

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t)$$

Situation 1

On pose

$$\rightarrow u_1(t) = 3\sqrt{2} \sin(\omega t)$$

$$\rightarrow u_2(t) = 4\sqrt{2} \sin(\omega t)$$

Calculer de $u(t)$

$$\begin{aligned} u(t) &= u_1(t) + u_2(t) \\ &= 3\sqrt{2} \sin(\omega t) + 4\sqrt{2} \sin(\omega t) \\ &= 7\sqrt{2} \sin(\omega t) \end{aligned}$$

Conclure

→ donner la valeur maximale de $u(t)$:

$$U_{\max} = 7\sqrt{2} \text{ V}$$

→ donner la valeur efficace de $u(t)$:

$$U_{\text{eff}} = 7 \text{ V}$$

→ donner la phase à l'origine de $u(t)$:

$$\varphi = 0 \text{ rad}$$

Situation 2

On pose

$$\rightarrow u_1(t) = 5\sqrt{2} \sin(\omega t)$$

$$\rightarrow u_2(t) = 5\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi)$$

Calculer de $u(t)$

$$\begin{aligned} u(t) &= u_1(t) + u_2(t) \\ &= 5\sqrt{2} \sin(\omega t) + 5\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi) \\ &= 5\sqrt{2} (\sin(\omega t) + \sin(\omega t + \pi)) \\ &= 5\sqrt{2} \times 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Conclure

→ donner la valeur maximale de $u(t)$:

$$U_{\max} = 0 \text{ V}$$

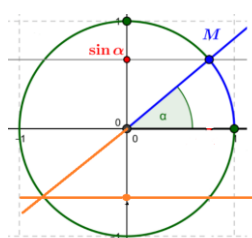
→ donner la valeur efficace de $u(t)$:

$$U_{\text{eff}} = 0 \text{ V}$$

→ donner la phase à l'origine de $u(t)$:

$$\varphi = 0 \text{ rad}$$

Aide mathématique



Remarques

Valeur efficace de $u_1(t)$: $U_{\text{eff}1} = 5 \text{ V}$

Valeur efficace de $u_2(t)$: $U_{\text{eff}2} = 5 \text{ V}$

Somme des 2 valeurs efficaces : $U_{\text{eff}1} + U_{\text{eff}2} = 5 + 5 = 10 \text{ V}$

$$U_{\text{eff}} \neq U_{\text{eff}1} + U_{\text{eff}2}$$

On voit bien que l'on ne peut pas appliquer la loi des mailles aux valeurs efficaces

Situation 3

On pose

$$\begin{aligned} \rightarrow u_1(t) &= 3\sqrt{2} \sin(\omega t) \\ \rightarrow u_2(t) &= 5\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$

Calculer de $u(t)$

$$\begin{aligned} u(t) &= u_1(t) + u_2(t) \\ &= 3\sqrt{2} \sin(\omega t) + 5\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$

Conclure

Il semble être compliqué de mettre cette expression sous la forme

$$u(t) = U_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$$

→ il faut trouver une solution

SOLUTIONS

Solution : nous allons donc introduire 2 **nouveaux outils** :

→ le vecteur de Fresnel → **ACTIVITE 12**

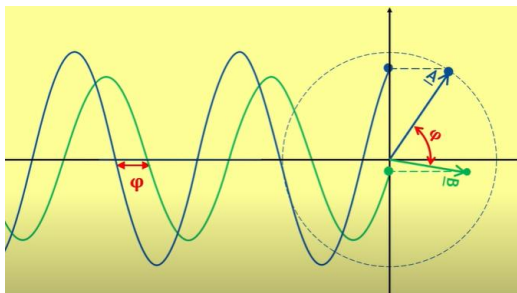
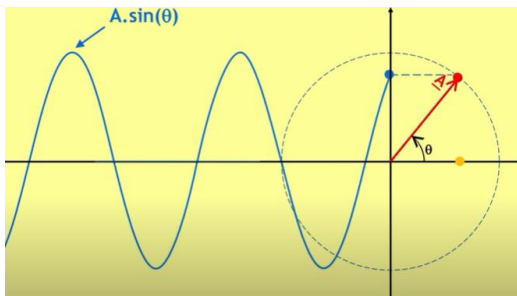
→ les nombre complexes → **ACTIVITE 13**



VECTEUR DE FRESNEL

https://www.youtube.com/watch?v=Winj_ZvgIEg

(jusqu'à 2min18)



PLAN
CARTESIEN

PLAN
VECTORIEL

On va représenter un **VECTEUR** associé à la tension sinusoïdale $u(t) = U_{\text{max}} \times \sin(\omega t + \varphi)$

Ce vecteur sera noté $\vec{U}$ et aura les caractéristiques suivantes :

- une **ORIGINE**
- une **NORME** = une **LONGUEUR** = un **MODULE** donnée par **LA VALEUR EFFICACE DE LA TENSION U_{eff}**
- une **DIRECTION** et un **SENS** donnés par **LA PHASE A L'ORIGINE DE LA TENSION φ** appelée aussi **ARGUMENT**

Nous devons donc nous entraîner à représenter des tensions sinusoïdales sous forme de **vecteur** avant de pouvoir les additionner.

ENTRAINEMENT : TRACER DES VECTEURS DE FRESNEL

Représenter les tensions sinusoïdales point par point et le vecteur de Fresnel associé pour les différents cas suivants :

$$\rightarrow u_1(t) = 10.\sqrt{2}.\sin(\omega t)$$

$$\rightarrow u_2(t) = 10.\sqrt{2}.\sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$$

$$\rightarrow u_3(t) = 10.\sqrt{2}.\sin(\omega t - \frac{\pi}{4})$$

REMARQUE

Ces 3 tensions ont la même **pulsation** ω donc la même **période** T

On choisit **arbitrairement** que notre motif se dessine sur une

période de **8** divisions,

Nous allons donc diviser notre cercle en **8**

Pour cela :

ETAPE 1 : **relever** les valeurs efficaces et les phases à l'origine de chaque tension

Tension 1

Valeur efficace : $U_{\text{eff}} = 10\text{V}$

Phase à l'origine : $\varphi = 0 \text{ rad}$

Tension 2

Valeur efficace : $U_{\text{eff}} = 10\text{V}$

Phase à l'origine : $\varphi = \pi/4 \text{ rad}$

Tension 3

Valeur efficace : $U_{\text{eff}} = 10\text{V}$

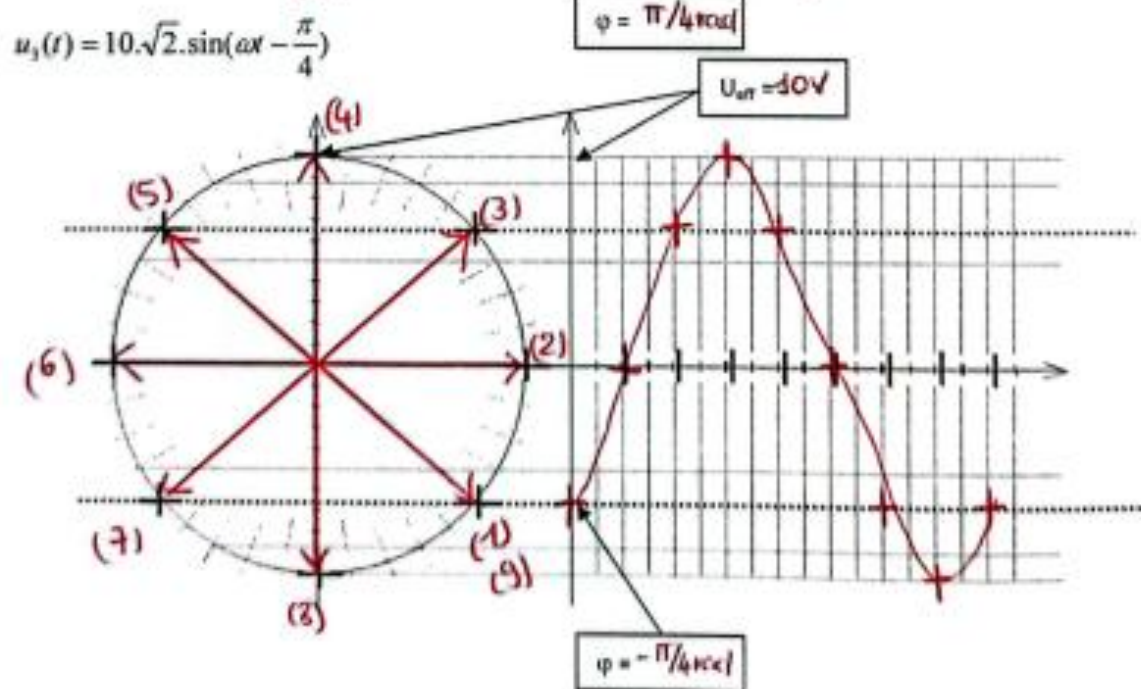
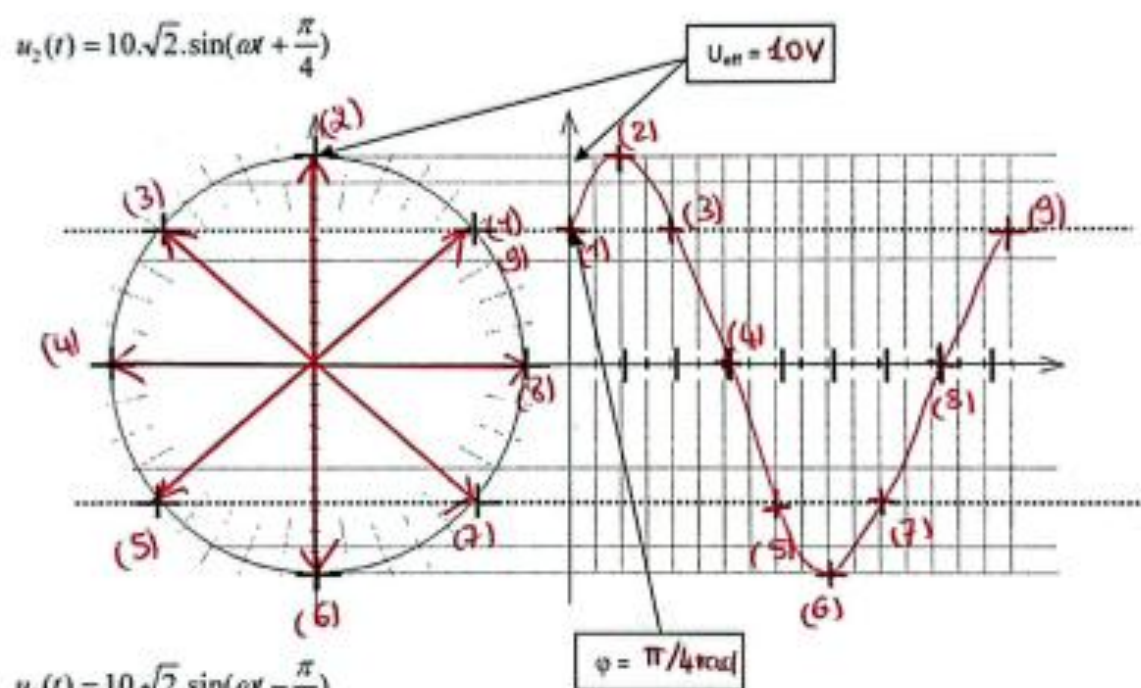
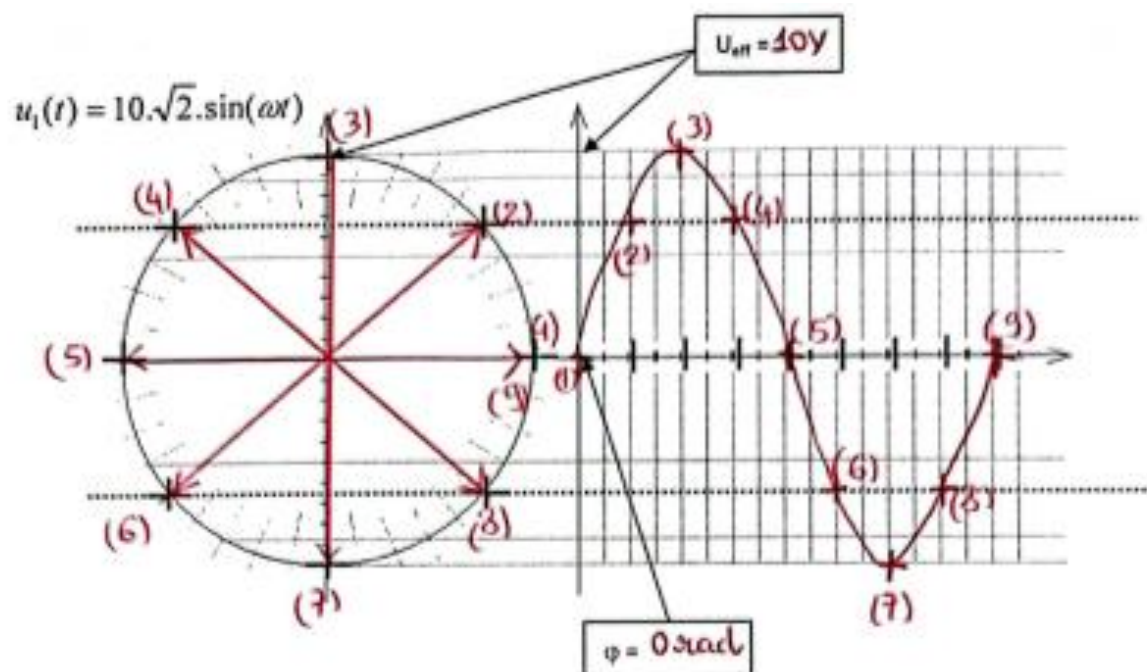
Phase à l'origine : $\varphi = -\pi/4 \text{ rad}$

ETAPE 2 : **Diviser** vos cercles en 8 parties égales

ETAPE 3 : **Tracer** le premier vecteur sur le cercle en respectant la phase à l'origine de la tension

ETAPE 4 : **Placer** le premier point correspondant sur le quadrillage

ETAPE 5 : **Se déplacer** de $T/8$ et recommencer



ON EST PRET A UTILISER LE VECTEUR DE FRESNEL

Nous allons étudier le cas 3 du début de l'activité qui mathématiquement semblait impossible à faire à notre niveau

OBJECTIF

Calculer la somme $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$

→ $u_1(t) = 3\sqrt{2} \sin(\omega t)$

→ $u_2(t) = 5\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$

METHODE

ETAPE 1 : Choisir une échelle :

ETAPE 2 : Définir le vecteur de Fresnel $\vec{U}_1$ associé à $u_1(t)$ (origine / module / argument)

Définir le vecteur de Fresnel $\vec{U}_2$ associé à $u_2(t)$

ETAPE 3 : Tracer les vecteurs $\vec{U}_1$ et $\vec{U}_2$ en choisissant un axe d'origine

ETAPE 4 : Construire le vecteur $\vec{U}$ associé à $u(t)$

ETAPE 5 : Mesurer sur la construction φ et la norme de $\vec{U}$

ETAPE 6 : Conclure en donnant expression de $u(t)$

Echelle

1cm pour 1V

Vecteur $\vec{U}_1$

origine : O

$U_{\text{eff } 1} = 3 \text{ V}$

$\varphi_1 = 0 \text{ rad}$

Vecteur $\vec{U}_2$

origine : O

$U_{\text{eff } 2} = 5 \text{ V}$

$\varphi_2 = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$

Comment additionner 2 vecteurs ?

<https://www.youtube.com/watch?v=WA-lfjFftZA>



Comment convertir des degrés en radians et inversement ?

$180^\circ \leftrightarrow \pi \text{ rad}$

si j'ai 0,95 rad à convertir en degrés

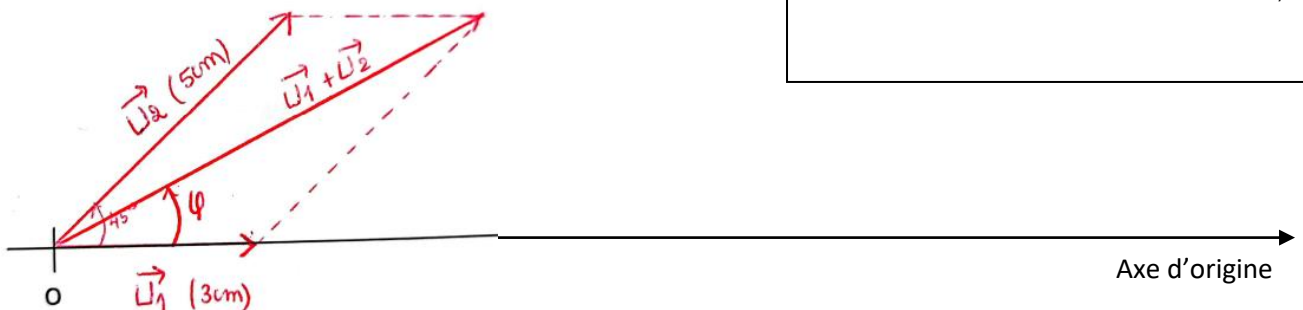
$180^\circ \leftrightarrow \pi \text{ rad}$

$? \leftrightarrow 0,95 \text{ rad} \quad ? = 180 \times 0,95 / \pi = 54^\circ$

si j'ai 78° à convertir en radians

$180^\circ \leftrightarrow \pi \text{ rad}$

$78^\circ \leftrightarrow ? \text{ rad} \quad ? = \pi \times 78 / 180 = 1,36 \text{ rad}$



Vecteur $\vec{U}$

origine : O

$U_{\text{eff}} = 7.5 \text{ V}$

$\varphi_1 = 28^\circ = 0.49 \text{ rad}$

Conclusion

$u(t) = 7,5 \times \sqrt{2} \times \sin(\omega t + 0,49)$

C'EST A VOUS DE FAIRE SOLO

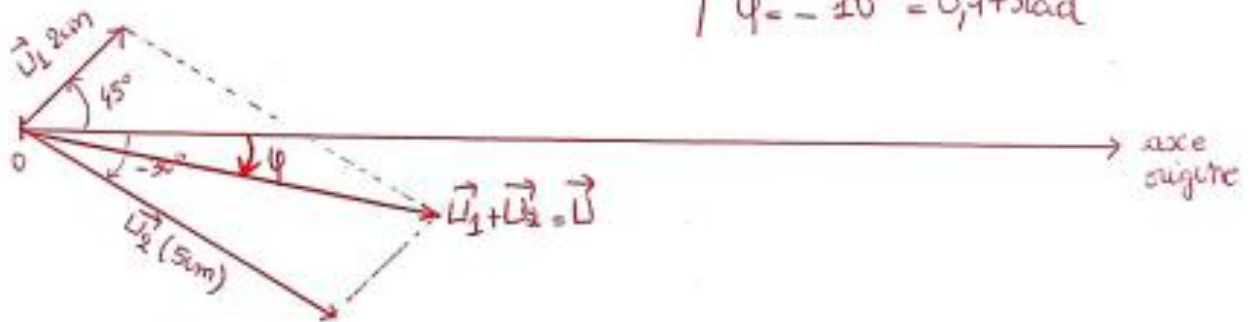
Calculer $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$ sachant que $u_1(t) = 2\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$ et $u_2(t) = 5\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - \frac{\pi}{6})$

$\vec{U}_1$ | origine: 0
 $U_{eff1} = 2V$
 $\varphi_1 = \frac{\pi}{4} \text{ rad} = 45^\circ$

$\vec{U}_2$ | origine: 0
 $U_{eff2} = 5V$
 $\varphi_2 = -\frac{\pi}{6} \text{ rad} = -30^\circ$

échelle: 1cm $\leftrightarrow$ 1V

$\vec{U}$ | origine: 0
 $U_{eff} = 5,7V$
 $\varphi = -10^\circ = -0,17 \text{ rad}$



conclusion: $u(t) = 5,7\sqrt{2} \sin(\omega t - 0,17)$

$\pi \rightarrow 180^\circ$
 $? \rightarrow -10^\circ$

QUELQUES VALEURS IMPORTANTES DU CERCLE TRIGONOMETRIQUE

